

## Fondamenti dell'Informatica

A.A. 2003/2004

Corso B

**Prima prova di esonero: 20/4/2004 ore 9.00 – 11.00**

1. Definire una macchina di Turing deterministica  $M$  a nastro singolo e i concetti di configurazione e di transizione. Sintetizzare una macchina di Turing trasduttore che trasformi un numero rappresentato in notazione binaria in uno equivalente rappresentato in notazione quaternaria (base 4).

Esempio:  $q_01110001 \xrightarrow{*}_M 1110001 \rightarrow q_F1301$  con  $q_0$  stato iniziale e  $q_F$  stato finale

Si rappresenti la funzione di transizione mediante una matrice di transizione. Si specifichi per ogni stato qual è la funzione da esso svolta. (7 punti)

2. Enunciare e dimostrare il teorema della terminazione (halting problem) (4 punti). Spiegarne le implicazioni in informatica (2 punti).
3. Definire un programma RAM per il calcolo di  $\sqrt{n}$ ,  $n \geq 0$ . Valutare la complessità del programma rispetto a un modello di costo logaritmico. (7 punti)
4. Si enunci e si dimostri a grandi linee che la funzione calcolata da una macchina a registri elementare è una funzione ricorsiva parziale [Suggerimento: Si rappresenti lo stato di una macchina a registri elementare  $(l, \langle r_1, \dots, r_m \rangle)$  mediante un numero intero (e.g.,  $2^l 3^{P_m(r_1, \dots, r_m)}$ ), dove  $P_m(r_1, \dots, r_m)$  è una funzione che associa una  $m$ -pla con un intero (quale?) Quindi si definisca una rappresentazione per una computazione finita  $s_1, \dots, s_t$ , e una funzione binaria  $T_\pi(x_1, \dots, x_n, c)$ . Come si può riscrivere la funzione  $\lambda x_1 \dots \lambda x_n. f(x_1, \dots, x_n)$  calcolata da un programma  $\pi$  di una macchina a registri elementare?] (10 punti)
5. Sia  $f(x, z)$  una funzione ricorsiva primitiva. Dimostrare che la funzione “sommatoria limitata”

$$F(x, y) = \sum_{z < y} f(x, z)$$

è ricorsiva primitiva (Osservazione:  $\sum_{z < 0} f(x, z) = 0$ ) (4 punti)

6. Scrivere un programma SLF per il calcolo della funzione  $\min(x, y)$  (Suggerimento:  $\min(x, y) = x \div (x \div y)$ ) (3 punti)<sup>1</sup>

<sup>1</sup> La totalizzazione di un punteggio superiore a 30 punti equivale al 30 con lode.