

Fondamenti dell'Informatica

A.A. 2003/2004

Corso B

Prima prova di esonero: 20/4/2004 ore 9.00 – 11.00

1. Definire una macchina di Turing deterministica M a nastro singolo e i concetti di configurazione e di transizione. Sintetizzare una macchina di Turing trasduttore che trasformi un numero rappresentato in notazione quaternaria (base 4) in uno equivalente rappresentato in notazione binaria.

Esempio: $q_01301 \xrightarrow{*}_M 1301 \xrightarrow{q_F} 1110001$ con q_0 stato iniziale e q_F stato finale

Si rappresenti la funzione di transizione mediante una matrice di transizione. Si specifichi per ogni stato qual è la funzione da esso svolta. (7 punti)

2. Dimostrare che per ogni macchina di Turing non deterministica M esiste una macchina deterministica M_D a tre nastri equivalente. Qual è il costo della simulazione? (6 punti)

3. Definire un programma RAM per il calcolo di

$$\Pr(x) = \begin{cases} 0 & x \text{ non è primo} \\ 1 & x \text{ è primo} \end{cases}$$

Valutare la complessità del programma rispetto a un modello di costo logaritmico. (7 punti)

4. Dimostrare che nel modello a costi uniformi una RAM con l'operazione di moltiplicazione può calcolare in tempo polinomiale una funzione che richiede tempo esponenziale per essere calcolata da una macchina di Turing. (10 punti)

5. Sia $f(x, z)$ una funzione ricorsiva primitiva. Dimostrare che la funzione "produttoria limitata"

$$F(x, y) = \prod_{z < y} f(x, z)$$

è ricorsiva primitiva (Osservazione: $\prod_{z < 0} f(x, z) = 1$) (4 punti)

6. Scrivere un programma SLF per il calcolo della funzione $\max(x, y)$ (Suggerimento: $\max(x, y) = x + (y \div x)$) (3 punti)¹

¹ La totalizzazione di un punteggio superiore a 30 punti equivale al 30 con lode.