

Fondamenti dell'Informatica

A.A. 2006/2007

Corso A

Prova scritta: 11/6/2007 ore 8.30 – 11.00

1. Definire una macchina di Turing deterministica M a nastro singolo e i concetti di configurazione e di transizione. Sintetizzare una macchina di Turing trasduttore che trasformi un numero rappresentato in notazione unaria in uno equivalente rappresentato in notazione binaria. Al termine della computazione

Esempio: $q_0 \text{||||} \vdash^*_M 100 q_F \text{||||}$ con q_0 stato iniziale e q_F stato finale

Si rappresenti la funzione di transizione mediante una matrice di transizione. Si specifichi per ogni stato qual è la funzione da esso svolta. [Suggerimento: si parta da 0 e si incrementi di una unità il numero binario per ogni barra 'cancellata' dal numero in rappresentazione unaria. L'output può essere scritto immediatamente a sinistra dell'input]. (7 punti)

2. Dare la definizione di macchina a registri elementare (MREL) e di programma per MREL. Definire una codifica mediante numeri interi per lo stato di una MREL quindi definire una funzione

$$R_\pi: \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{R}$$

che restituisca 1 se una coppia di interi corrisponde a una transizione di stato permessa dal programma MREL π , 0 altrimenti. Illustrare il tutto mediante un esempio. (7 punti)

3. Definire la classe delle funzioni ricorsive e dimostrare che la funzione massimo

$$f(x,y) = \max(x,y)$$

è ricorsiva (4 punti). Scrivere il programma SLF corrispondente (2 punti).

4. Enunciare e dimostrare il teorema s-m-n. Dove viene utilizzato questo risultato? (5 punti)
5. Enunciare e spiegare la tesi della computazione sequenziale. Commentare alla luce di questa tesi il fatto che per il problema della soddisfacibilità (SAT) esistono algoritmi di complessità esponenziale con macchine di Turing deterministiche e algoritmi di complessità polinomiale con macchine di Turing non deterministiche (4 punti).
6. Definire la Karp-riducibilità (polinomiale e logspace) fra problemi. Definire le classi P e $PSPACE$. Quale relazione insiemistica esiste fra queste classi? (4 punti).¹

¹ La totalizzazione di un punteggio superiore a 30 punti equivale a un 30 con lode.