Fondamenti dell'Informatica

A.A. 2005/2006

Corso A

Prova scritta: 18/1/2007 ore 8.30 – 11.00

1. Definire una macchina di Turing deterministica a nastro singolo semiinfinito. Definire il concetto di configurazione, di transizione, di riconoscimento e di accettazione di un linguaggio *(3 punti)*. Progettare una macchina di Turing deterministica a nastro singolo semiinfinito in grado di riconoscere il linguaggio

   $$L=\{\ 1^n \mid n \in \{1, 3, 5, 7, 9, 11, \ldots\}\ \}.$$

   Esempio: $q_0 111 \vdash^*_M q_F 111$ con q_0 stato iniziale e q_F stato finale.

   Si rappresenti la funzione di transizione mediante una matrice di transizione. Si specifichi per ogni stato qual è la funzione da esso svolta. *(2 punti)*

2. Si enunci e si dimostri il teorema secondo il quale una macchina di Turing può essere simulata mediante una RAM. Qual è il costo della simulazione? Come si ottiene questo costo di simulazione? (6 *punti*). Costruire, come indicato nella dimostrazione, un programma RAM che simuli la MT deterministica scritta nell'esercizio precedente *(2 punti)*

3. Definire un programma RAM per il calcolo di

   $$\Pr(x) = \begin{cases} 0 & \text{x non è primo} \\ 1 & \text{x è primo} \end{cases}$$

   (*3 punti*) Valutare la complessità del programma rispetto sial al un modello di costo uniforme (*2 punti*) e logaritmico (*3 punti*).

4. Definire la classe delle funzioni ricorsive primitive (*2 punti*) e dimostrare che la funzione valore assoluto della differenza di due numeri naturali

   $$f(x,y)=|x-y|$$

   è ricorsiva primitiva *(3 punti)*.

5. Dare la definizione di insieme ricorsivamente enumerabile e di insieme ricorsivo (*2 punti*). Dimostrare che se $A\subseteq\mathbb{N}$, $A\neq\emptyset$, A è ricorsivamente enumerabile se e solo se esiste un insieme ricorsivo $B\subseteq \mathbb{N}^2$ tale che $x\in A$ se e solo se $\exists y$ per cui $(x,y) \in B$. (*4 punti*)

6. Elencare le principali classi di complessità e illustrare schematicamente le relazioni di inclusione. Per quali tipi di problemi sono definite queste classi? *(3 punti)*

7. Analizzare la complessità in tempo e spazio del seguente algoritmo per il calcolo della successione di Fibonacci: (*3 punti*) [1]

```
function RFIB(n: integer): integer;
begin
        if n=0 then RFIB := 0
                  else if n=1 then RFIB := 1
                             else  RFIB := RFIB(n-1) + RFIB(n-2)
end
```

[1] La totalizzazione di un punteggio superiore a 30 punti equivale al *30 con lode*.