

# Fondamenti dell'Informatica

A.A. 2005/2006

Corso A

**Prova scritta: 22/6/2006 ore 8.30 – 11.00**

1. Definire una macchina di Turing deterministica multinastro  $M$  e i concetti di configurazione e di transizione. Sintetizzare una macchina di Turing a due nastri di ingresso e uno di uscita che calcoli la somma di due numeri di qualunque lunghezza rappresentati in notazione decimale.

Esempio:  $q_0 \# \uparrow 12345 \# \uparrow 678 \# \uparrow Z_0 \mid \text{---}^*_M q_F \# \uparrow 12345 \# \uparrow 678 \# \uparrow 13023$

con  $q_0$  stato iniziale e  $q_F$  stato finale.

Si specifichi la funzione di ogni stato. (7 punti)

2. Enunciare e dimostrare il teorema della terminazione (halting problem) (4 punti). Spiegarne le implicazioni in informatica (2 punti).
3. Definire un programma RAM che prenda in ingresso un numero  $n$  ( $n \geq 0$ ) e  $n$  interi positivi, memorizzi l'input nei primi registri e calcoli la sommatoria degli  $n$  dati in ingresso. Valutare la complessità del programma rispetto a un modello di costo logaritmico. (6 punti)

*Suggerimento: Si memorizza:  $n$  nel registro 1, un contatore che punta al prossimo dato nel registro 2, la somma nel registro 3.*

1	2	3	4	5	6
$n$	$i$	$\Sigma$	$x_1$	$x_2$	...

4. Definire la classe delle funzioni ricorsive e dimostrare che la seguente sommatoria

$$spot(x) = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^x \text{ con } x \geq 0$$

è ricorsiva (4 punti).

5. Enunciare e dimostrare il teorema s-m-n. Dove viene utilizzato questo risultato? (5 punti)
6. Definire il concetto di chiusura di una classe di complessità rispetto a una riduzione. Fare alcuni esempi di classi chiuse rispetto a una qualche relazione d'ordine. Spiegare come utilizzare il concetto di chiusura di una classe nel dimostrare la completezza di un problema per quella classe. (6 punti)

*Suggerimento: Se  $\leq_r$  è una riduzione,  $C_1$  e  $C_2$  sono due classi di complessità tali che  $C_1 \subset C_2$  rispetto a  $\leq_r$  e  $C_1$  è chiusa rispetto a  $\leq_r$ , quale proprietà soddisfa un problema  $C_2$  – completo rispetto a  $\leq_r$  ?*

7. Stabilire la complessità del problema dell'ordinamento. (3 punti)