

Fondamenti dell'Informatica

A.A. 2005/2006

Corso A

Prova scritta: 25/9/2006 ore 8.30 – 11.00

1. Definire una macchina di Turing deterministica M a nastro singolo e i concetti di configurazione e di transizione (**3 punti**). Sintetizzare una macchina di Turing trasduttore che trasformi un numero rappresentato in notazione quaternaria (base 4) in uno equivalente rappresentato in notazione binaria.

Esempio: $q_0 1301 \vdash_M^* 1301 \vdash_{q_F} 01110001$ con q_0 stato iniziale e q_F stato finale

Si rappresenti la funzione di transizione mediante una matrice di transizione. Si specifichi per ogni stato qual è la funzione da esso svolta. (**4 punti**)

2. Enunciare e dimostrare il teorema relativo alla simulazione di una macchina a registri mediante una macchina di Turing. (**4 punti**)
3. Definire un programma RAM per il calcolo di $f(n)=2^{2^n}$, $n \geq 0$. Valutare la complessità del programma rispetto a un modello di costo logaritmico. A quale ordine di complessità porterebbe l'adozione di un modello di costo uniforme? (**7 punti**)
4. Dare la definizione di funzione ricorsiva primitiva e dimostrare che la funzione potenza $f(x,y)=x^y$ è ricorsiva primitiva. (**3 punti**) Scrivere un programma SLF per il calcolo di 3^2 (**2 punti**).
5. Enunciare e dimostrare, ricorrendo alla definizione di enumerazione delle funzioni ricorsive, il teorema della ricorsione (o teorema di Kleene) (**4 punti**). Se t è il seguente programma che trasforma un programma Pascal-like q in un altro programma Pascal-like q' :

$q'(x) := t(q)(x) := \text{if } x = 0 \text{ then } 0 \text{ else } x + q(x-1)$

indicare un possibile punto fisso e darne dimostrazione. Il programma $q(x)=x$ è un punto fisso per t ? (**3 punti**)

6. Definire le classi P e $LOGSPACE$. Spiegare e motivare la relazione esistente fra le due classi. Definire la Karp-riducibilità logspace fra problemi e spiegare come essa sia sfruttabile per definire la P-completezza di un problema. Riportare un esempio di problema P-completo. (**7 punti**)¹

¹ La totalizzazione di un punteggio superiore a 30 punti equivale al 30 con lode.