

Fondamenti dell'Informatica

A.A. 2005/2006

Corso A

Prova scritta: 3/4/2007 ore 8.30 – 11.00

1. Definire una macchina di Turing deterministica M a nastro singolo e i concetti di configurazione e di transizione. Sintetizzare una macchina di Turing trasduttore che trasformi un numero rappresentato in notazione unaria in uno equivalente rappresentato in notazione binaria. Al termine della computazione

Esempio: $q_0 ||| \vdash^*_M 100 q_F |||$ con q_0 stato iniziale e q_F stato finale

Si rappresenti la funzione di transizione mediante una matrice di transizione. Si specifichi per ogni stato qual è la funzione da esso svolta. [Suggerimento: si parta da 0 e si incrementi di una unità il numero binario per ogni barra 'cancellata' dal numero in rappresentazione unaria. L'output può essere scritto immediatamente a sinistra dell'input]. (7 punti)

2. Enunciare e dimostrare il teorema relativo alla simulazione di una macchina a registri mediante una macchina di Turing [Suggerimento: Si consideri una MT multinastro dotata di nastro di input, nastro di output e tre nastri di lavoro.]. Analizzare il costo di simulazione. (7 punti)
3. Definire un programma RAM che calcola la funzione $\lambda n. \log_2 n$. Valutare la complessità del programma rispetto a un modello di costo logaritmico. (6 punti)
4. Enunciare e dimostrare il teorema di Rice (3 punti). Dimostrare, utilizzando il teorema di Rice, che la funzione

$$g(x) = \begin{cases} 1 & \varphi_x \text{ è costante} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

non è calcolabile (2 punti).

5. Enunciare e spiegare la tesi della computazione sequenziale. Commentare alla luce di questa tesi il fatto che per il problema della soddisfacibilità (SAT) esistono algoritmi di complessità esponenziale con macchine di Turing deterministiche e algoritmi di complessità polinomiale con macchine di Turing non deterministiche (4 punti).
6. Scrivere un algoritmo ottimo in ordine di grandezza per il problema dell'ordinamento. Analizzarne la complessità (8 punti)¹

¹ La totalizzazione di un punteggio superiore a 30 punti equivale a un 30 con lode.