

Fondamenti dell'Informatica

A.A. 2005/2006

Corso A

Prova scritta: 7/11/2006 ore 8.30 – 11.00

1. Definire una macchina di Turing deterministica M a nastro singolo e i concetti di configurazione e di transizione (3 punti). Sintetizzare una macchina di Turing trasduttore che computi la funzione logica OR su sequenze binarie della stessa lunghezza separate dal simbolo V. Si rappresenti la funzione di transizione mediante una matrice di transizione.

Esempio: $q_00011V1010 \xrightarrow{*}_M 0011V1010 \xrightarrow{*}_M q_F1011$ con q_0 stato iniziale e q_F stato finale.

Si rappresenti la funzione di transizione mediante una matrice di transizione. Si specifichi per ogni stato qual è la funzione da esso svolta. (3 punti)

2. Enunciare e dimostrare il teorema della terminazione (Halting Problem) (4 punti). Spiegarne le implicazioni in informatica (2 punti).
3. Definire un programma RAM per il calcolo di $x!$, $x \geq 0$. Valutare la complessità del programma rispetto a un modello di costo logaritmico e un modello a costi uniforme. (7 punti)

[Suggerimento: al solo fine di valutare la complessità del programma RAM si tenga conto del

seguinte risultato matematico: $n! \approx \sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e}\right)^n$ dove e è il numero di Nepero]

4. Definire la classe delle funzioni ricorsive primitive e dimostrare che la funzione minimo

$$f(x,y) = \min(x,y)$$

è ricorsiva primitiva (5 punti).

5. Dare la definizione di insieme ricorsivamente enumerabile. Stabilire se l'insieme delle funzioni ricorsive costanti $C = \{x \mid \varphi_x(x) \text{ è costante}\}$ è ricorsivamente enumerabile (Nota: x è un intero positivo) (4 punti).
6. Riportare un algoritmo per il calcolo della successione di Fibonacci (2 punti) e analizzarne la complessità in tempo. (3 punti)
7. Definire le classi LOGSPACE, P e NP e illustrare le relazioni fra esse esistenti (4 punti)¹

¹ La totalizzazione di un punteggio superiore a 30 punti equivale al 30 con lode.