Esempio. MT che accetta 0^n1^n $(n \geq 1)$

$M = \langle \{0,1, X, Y\}, ƀ, Q, q_0, \{q_4\}, \delta \rangle$

Configurazione iniziale: $q_0$0000011111

La MT esegue ripetutamente le seguenti operazioni:

rimpiazza lo 0 piu' a sinistra con una X
X000011111
si muove a destra verso l'1 piu' a sinistra
rimpiazza l'1 piu' a sinistra con una Y
X0000Y1111
si muove a sinistra verso la X piu' a destra
si muove di una cella sullo 0 piu' a sinistra

se cercando un 1 trova un ƀ
allora <u>rifiuta</u>
se cercando uno 0 non ne trova piu'
allora se non e' rimasto nessun 1 <u>accetta</u>
altrimenti <u>rifiuta</u>

q_0 stato usato prima della sostituzione 0 X

q_1 per muoversi a destra verso il primo 1 ed effettuare la sostituzione 1 Y

q_2 per muoversi a sinistra verso le X

q_3 per verificare che non rimane nessun 1

q_4 stato di accettazione

Esempio.

MT che calcola $f(x) = x$ per $x \in \{0,1\}^*$.

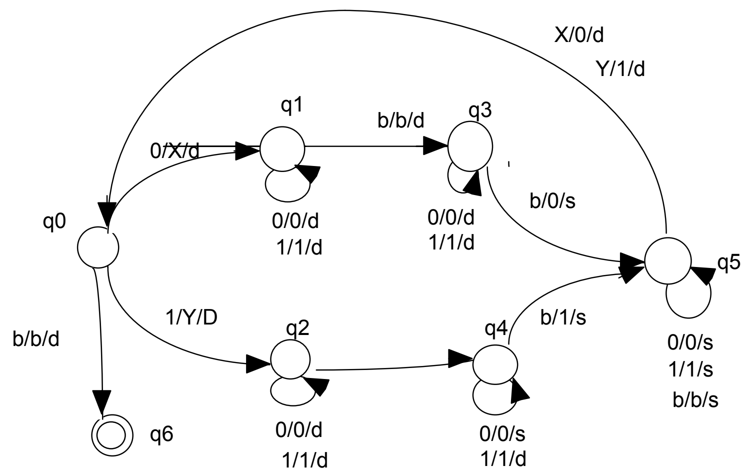
$M=<\{0,1, X, Y\},ƀ,Q,q_0,\{q_6\},\delta>$

Configurazione iniziale: $q_0 10010110$

Configurazione finale: $10010110\underline{b}q_6 10010110$

- rimpiazza il carattere piu' a sinistra (0 o 1) con una X o, rispettivamente, con una Y
  Y0010110 (stato q_0)
- si muove a destra verso il primo ƀ
  (stati q_1 e q_2)
- si muove a destra verso il secondo ƀ e scrive 0 o, rispettivamente, 1
  Y0010110ƀ1 (stati q_3 e q_4)
- si muove a sinistra verso la X (o la Y) e la rimpiazza con 0 (1) (stato q_5)
- si muove di una cella a destra sul carattere successivo (stato q_0)

se in questo ultimo passo trova ƀ allora <u>termina</u>
(stato q_6)



Equivalenza tra MTM e MT

Strumento di lavoro: MT a nastro suddiviso in tracce

> se il nastro ha h tracce la testina puo' leggere/scrivere h caratteri contemporaneamente
>
> la corrispondenza tra MT a nastro suddiviso in tracce ed una normale MT e' immediata
>
> osservazione:
>
> se sulle tracce sono usati gli alfabeti $\Sigma_1,\Sigma_2,\ldots,\Sigma_h$, una MT corrispondente ha un alfabeto Σ con $|\Sigma|\geq|\Sigma_1|\times|\Sigma_2|\times\ldots\times|\Sigma_h|$

Teorema. Data una MTM $M^{(k)}=<\Sigma,\not{b},Q,q_0,F,\delta^{(k)}>$ a k nastri esiste una MT che simula t passi di $M^{(k)}$ in $O(t^2)$ passi usando un alfabeto di cardinalità $O((2|\Sigma|)^k)$

Dim.

Costruiamo inizialmente una MT multitraccia $M'=<\Sigma',\underline{b},K',q_0',F',\delta'>$ con nastro suddiviso in $2k$ tracce che simula $M^{(k)}$.

Per quanto detto, se siamo in grado di costruire M' potremo poi costruire una MT M'' a nastro singolo equivalente alla MT multitraccia M'.

Le k tracce di posto pari di M' rappresentano i k nastri di $M^{(k)}$.

Sulle k tracce di posto dispari di M' con il carattere "$\downarrow$" indichiamo la posizione delle testine sui k nastri di $M^{(k)}$.

Il nastro di M' all'inizio della computazione si presenta con tutte le tracce dispari "vuote" tranne la prima.

Per simulare la funzione di transizione di M che è del tipo:

$\delta^{(k)}(q_i,\sigma_{i1},..,\sigma_{ik}) = (q_j,\sigma_{j1},..,\sigma_{jk},z_{j1},..,z_{jk})$

la δ' deve:

1. rintracciare le posizioni dei marcatori,
2. scrivere e spostare i marcatori,
3. cambiare stato

Quindi, per ogni passo di $M^{(k)}$, M' deve eseguire un numero di passi proporzionale alla distanza d (numero di caselle) tra i due marcatori più lontani, cioè il costo della simulazione di ogni passo è $O(d)$.

Dopo t passi di $M^{(k)}$ due marcatori possono essersi allontanati di al più t caselle, cioè $d=O(t)$, quindi il costo di simulazione di un passo è O(t).

Se $M^{(k)}$ esegue t passi, M' ne esegue al più $t \times O(t)$, cioè $O(t^2)$.

M'' lo stesso numero di passi di M', quindi $O(t^2)$.

Per cio' che riguarda la cardinalita' dell'alfabeto di M" abbiamo da codificare con un solo alfabeto stringhe di 2k simboli cosi' composte:

k	simboli	appartengono a	$\{\flat,\downarrow\}$
1	simbolo	appartiene a	$\Sigma\cup\{\flat\}$
k-1	simboli	appartengono a	$\Sigma\cup\{\flat,Z_0\}$

$|\Sigma''| = 2^k(|\Sigma|+1)(|\Sigma|+2)^{k-1} = O((2|\Sigma|)^k)$

Esempio. MTM per riconoscere $xc\tilde{x}$ con $x \in \{a,b\}^+$

usiamo 2 nastri: uno di input monodirezionale a sola lettura e uno di lavoro che usiamo come pila

durante la scansione di x, fino a c, x viene copiata sul nastro di lavoro

durante la scansione di $\tilde{x}$ si confrontano i caratteri con quelli sul nastro di lavoro

configurazione iniziale della MTM:

$q_0\#\uparrow z\#\uparrow Z_0$

3 stati:

- q_0 per scandire x
- q_1 per scandire $\tilde{x}$
- q_2 stato finale

copiatura iniziale:

$\delta(q_0,a,Z_0)=<q_0,a,A,d,d>$

$\delta(q_0,b,Z_0)=<q_0,b,B,d,d>$

copiatura a regime:

$\delta(q_0,a,ƀ)=<q_0,a,A,d,d>$

$\delta(q_0,b,ƀ)=<q_0,b,B,d,d>$

passaggio dalla copiatura alla verifica:

$\delta(q_0,c,ƀ)=<q_1,c,\underline{b},d,s>$

verifica positiva:

$\delta(q_1,a,A)=<q_1,a,A,d,s>$

$\delta(q_1,b,B)=<q_1,b,B,d,s>$

accettazione:

$\delta(q_1,\cancel{b},\cancel{b})=<q_2,\cancel{b},\cancel{b},i,i>$

computazione con input bacab:

q_0	$\#\uparrow bacab$	$\#\uparrow Z_0$	$\vdash$
q_0	$\#b\uparrow acab$	$\#B\uparrow \cancel{b}$	$\vdash$
q_0	$\#ba\uparrow cab$	$\#BA\uparrow \cancel{b}$	$\vdash$
q_1	$\#bac\uparrow ab$	$\#B\uparrow A$	$\vdash$
q_1	$\#baca\uparrow b$	$\#\uparrow BA$	$\vdash$
q_1	$\#bacab\uparrow \cancel{b}$	$\#\uparrow \cancel{b}BA$	$\vdash$
q_2	$\#bacab\uparrow \cancel{b}$	$\#\uparrow \cancel{b}BA$	

computazione con input acb:

q_0	$\#\uparrow acb$	$\#\uparrow Z_0$	$\vdash$
q_0	$\#a\uparrow cb$	$\#a\uparrow \underline{b}$	$\vdash$
q_1	$\#ac\uparrow b$	$\#\uparrow a$	