

# Fondamenti dell'Informatica

A.A. 2002/2003

Corsi A e B

**Prova scritta: 18/12/2003 ore 9.00 – 11.00**

1. Definire una macchina di Turing multinastro. Definire i concetti di configurazione istantanea, di transizione, e di riconoscimento di un linguaggio. Progettare una macchina di Turing con due nastri, uno di input (monodirezionale a sola lettura) e uno di lavoro, che riconosca il linguaggio

$$L = \{ wc\tilde{w} \mid w \in (a+b)^+ \}.$$

Esempio:  $q_0 \# \uparrow aabcbaa \# \uparrow Z_0 \xrightarrow{*}_M q_F \# aabcbaa \uparrow \# aab \uparrow \#$  con  $q_0$  stato iniziale e  $q_F$  stato finale.

(7 punti)

2. Enunciare e dimostrare il teorema della terminazione (Halting Problem) (4 punti). Spiegarne le implicazioni in informatica (2 punti).
3. Si enunci e si dimostri il teorema secondo il quale una macchina di Turing può essere simulata mediante una RAM (Suggerimento: Si consideri una MT con nastro semi-infinito e con alfabeto di nastro  $\Gamma = \{0,1\}$ ). Qual è il costo della simulazione? (6 punti)
4. Cosa vuol dire che una funzione è definita mediante l'operatore di minimalizzazione? Come definiresti la funzione  $\lambda n. \sqrt{n}$ ? Come definiresti l'insieme  $\{x \mid x = \sqrt{n} \text{ per qualche } n \in \mathbb{N}\}$ ? Perché? (6 punti)
5. Si descrivano le più importanti classi di complessità definite sulla base delle macchine di Turing deterministiche e non, si illustrino le relazioni di contenimento e si enuncino i teoremi dalle quali tali relazioni di contenimento discendono. (7 punti)
6. Analizzare la complessità in tempo del seguente algoritmo nel caso medio. Qual è l'assunzione che si effettua sulla distribuzione di probabilità? (5 punti)<sup>1</sup>

```
procedure insertsort(var a: nelements; n: integer);
```

```
var i, j, first, p, x: integer;
```

```
begin
```

```
  first:=a[1]; p:=1;
```

```
  for i:=2 to n do
```

```
    if a[i]<first then
```

```
      begin
```

```
        first := a[i]; p:=i
```

```
      end;
```

```
    a[p] := a[1]; a[1] := first;
```

```
  for i:= 3 to n do
```

```
    begin
```

```
      x :=a[i]; j := i;
```

```
      while x<a[j-1] do
```

```
        begin
```

```
          a[j] := a[j-1]; j:=j-1;
```

```
        end;
```

```
      a[j] :=x
```

```
    end
```

```
end
```

---

<sup>1</sup> La totalizzazione di un punteggio superiore a 30 punti equivale al 30 con lode.