

## Esercizio su MT

Definire una macchina di Turing deterministica  $M$  a nastro singolo e i concetti di configurazione e di transizione. Sintetizzare una macchina di Turing trasduttore che trasformi un numero rappresentato in notazione binaria in uno equivalente rappresentato in notazione quaternaria (base 4).

Esempio:  $q_0 1110001 \xrightarrow{*}_M 1110001 b_{q_F} 1301$   
con  $q_0$  stato iniziale e  $q_F$  stato finale

Si rappresenti la funzione di transizione mediante una matrice di transizione. Si specifichi per ogni stato qual è la funzione da esso svolta.

## Svolgimento ...

Dopo aver riportato le def. richieste nella parte introduttiva dell'esercizio, si passa a sintetizzare la MT. Si osserva che la conversione di un numero binario in uno in base quaternaria si ottiene semplicemente trasformando una coppia di cifre binarie in una singola cifra quaternaria:

$$(00)_2 \equiv 0_4$$

$$(01)_2 \equiv 1_4$$

$$(10)_2 \equiv 2_4$$

$$(11)_2 \equiv 3_4$$

Faremo la ragionevole assunzione che il numero binario abbia sempre un numero pari di cifre.

## ...Svolgimento ...

Diversamente, occorrerà prevedere una prima scansione del numero per verificare che il numero di cifre sia pari o dispari.

L'algoritmo sarà dunque il seguente:

1. Scandisci la prima coppia di cifre binarie, rimpiazzando la seconda cifra con una cifra 'sottolineata' corrispondente, e memorizza nello stato la coppia letta.
2. Porta la testina di lettura sul secondo b alla destra.
3. Scrivi al posto di b la cifra quaternaria corrispondente alla coppia letta
4. Torna indietro alla cifra binaria sottolineata a sinistra

## ...Svolgimento ...

5. Sostituisci la cifra sottolineata e vai al passo 1
6. Se non ci sono più cifre binarie, ferma la computazione

Gli stati di cui si ha bisogno sono:

- $q_i$ : inizio conversione;
- $q_0$ : è stato letto uno 0;
- $q_1$ : è stato letto un 1;
- $q_{00}$ : è stato letto 00;
- $q_{10}$ : è stato letto 10;
- $q_{01}$ : è stato letto 01;

## ...Svolgimento ...

- $q_{11}$ : è stato letto 11;
- $q'_{00}$ : è stato letto 00 e si è superato il carattere separatore b;
- $q'_{10}$ : è stato letto 10 e si è superato il carattere separatore b;
- $q'_{01}$ : è stato letto 01 e si è superato il carattere separatore b;
- $q'_{11}$ : è stato letto 11 e si è superato il carattere separatore b;
- $q_T$ : tornare indietro al carattere sottolineato;
- $q_F$ : stato finale

## ...Svolgimento ...

$\delta$	<u>0</u>	<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>0</u>	<u>1</u>	<u>b</u>
$q_1$	$(q_0, 0, d)$	$(q_1, 1, d)$					$(q_F, \underline{b}, d)$
$q_0$	$(q_{00}, \underline{0}, d)$	$(q_{01}, \underline{1}, d)$					
$q_1$	$(q_{10}, \underline{0}, d)$	$(q_{11}, \underline{1}, d)$					
$q_{00}$	$(q_{00}, 0, d)$	$(q_{00}, 1, d)$					$(q'_{00}, \underline{b}, d)$
$q_{10}$	$(q_{10}, 0, d)$	$(q_{10}, 1, d)$					$(q'_{10}, \underline{b}, d)$
$q_{01}$	$(q_{01}, 0, d)$	$(q_{01}, 1, d)$					$(q'_{01}, \underline{b}, d)$
$q_{11}$	$(q_{11}, 0, d)$	$(q_{11}, 1, d)$					$(q'_{11}, \underline{b}, d)$
$q'_{00}$	$(q'_{00}, 0, d)$	$(q'_{00}, 1, d)$	$(q'_{00}, 2, d)$	$(q'_{00}, 3, d)$			$(q_T, 0, s)$
$q'_{10}$	$(q'_{10}, 0, d)$	$(q'_{10}, 1, d)$	$(q'_{10}, 2, d)$	$(q'_{10}, 3, d)$			$(q_T, 2, s)$
$q'_{01}$	$(q'_{01}, 0, d)$	$(q'_{01}, 1, d)$	$(q'_{01}, 2, d)$	$(q'_{01}, 3, d)$			$(q_T, 1, s)$
$q'_{11}$	$(q'_{11}, 0, d)$	$(q'_{11}, 1, d)$	$(q'_{11}, 2, d)$	$(q'_{11}, 3, d)$			$(q_T, 3, s)$
$q_T$	$(q_T, 0, s)$	$(q_T, 1, s)$	$(q_T, 2, s)$	$(q_T, 3, s)$	$(q_b, 0, d)$	$(q_b, 1, d)$	$(q_T, \underline{b}, s)$
$q_F$							

## Esercizio su MT

Definire una macchina di Turing deterministica a nastro singolo. Definire il concetto di configurazione, di transizione, di riconoscimento e di accettazione di un linguaggio. Progettare una macchina di Turing deterministica in grado di riconoscere il linguaggio

$L = \{w \in (0+1)^+ \mid w \text{ contiene lo stesso numero di } 0 \text{ e di } 1\}$ .

## Svolgimento ...

Dopo aver riportato le def. richieste nella parte introduttiva dell'esercizio, si passa a sintetizzare la MT riconoscitore del linguaggio. Si osserva che per riconoscere una parola occorre assicurarsi che essa sia non vuota e abbia lo stesso numero di 0 e di 1.

Ad esempio, saranno riconosciute le parole:

00100111

101010

mentre non saranno riconosciute le parole:

101

0

## ...Svolgimento ...

Il problema può essere risolto leggendo e contrassegnando progressivamente le cifre della sequenza e cercando una corrispondente da contrassegnare, fino a quando tutte le cifre saranno contrassegnate.

L'algoritmo sarà dunque il seguente:

1. Cerca la prima cifra non contrassegnata e contrassegnala. Se non ce ne sono, riconosci la parola.
2. Se è 0 cerca un 1 non contrassegnato alla sua destra.
3. Se è 1 cerca uno 0 non contrassegnato alla sua destra.
4. Se la ricerca non va a buon fine, rifiuta la parola.

## ...Svolgimento ...

Gli stati di cui si ha bisogno sono:

- $q_1$ : cerca una cifra non contrassegnata;
- $q_0$ : è stato letto uno 0;
- $q_1$ : è stato letto un 1;
- $q_r$ : ritorna all'inizio della sequenza binaria;
- $q_?$ : controlla parola vuota
- $q_F$ : stato finale;

L'alfabeto è quindi dato da  $\{0, 1, *, \underline{b}\}$ .

## ...Svolgimento

$\delta$	0	1	*	<u>b</u>
$q_I$	$(q_0, *, d)$	$(q_1, *, d)$	$(q_1, *, d)$	$(q_?, \underline{b}, s)$
$q_0$	$(q_0, 0, d)$	$(q_r, *, s)$	$(q_0, *, d)$	
$q_1$	$(q_r, *, s)$	$(q_1, 1, d)$	$(q_1, *, d)$	
$q_r$	$(q_r, 0, s)$	$(q_r, 1, s)$	$(q_r, *, s)$	$(q_1, \underline{b}, d)$
$q_?$			$(q_F, *, d)$	
$q_F$				

## Esercizio su MT

Sintetizzare una macchina di Turing trasduttore che computi la funzione successore sugli interi positivi scritti in notazione unaria. Si rappresenti la funzione di transizione mediante una matrice di transizione. Si specifichi per ogni stato qual è la funzione da esso svolta.

Esempio:  $q_0 ||| | \text{---}^* \text{---}_M ||| | \underline{b} q_F ||| |$

con  $q_0$  stato iniziale e  $q_F$  stato finale

## Svolgimento ...

Sia  $M = \langle \Gamma, b, Q, q_I, F, \delta \rangle$  la macchina di Turing trasduttore che calcola la funzione successore su interi positivi con rappresentazione unaria. Allora l'alfabeto dei simboli del nastro è:

$$\Gamma = \{ |, * \}$$

L'algoritmo consiste nei seguenti passi:

1. se la testina è posizionata sul simbolo di barra | rimpiazzalo con \* e vai a 5
2. se la testina è posizionata su b spostati all'estrema destra
3. scrivi una ulteriore barra |

## ... Svolgimento ...

4. torna indietro al primo simbolo di | e fermati
5. spostati fino alla ricerca del primo b a destra
6. supera tutte le barre a destra del b
7. al successivo b trovato a destra scrivi la barra cancellata
8. torna indietro alla ricerca dell'asterisco
9. rimpiazza \* con |, passa al simbolo successivo e torna a 1

## ... Svolgimento ...

Quindi gli stati in  $Q$  sono:

$q_0$ : stato iniziale

$q_l$ : ricorda di aver letto la barra | mentre cerchi il primo  $\underline{b}$

$q_b$ : ricorda di aver letto la barra | e di aver superato il primo  $\underline{b}$  da sinistra

$q_*$ : la barra è copiata e devi tornare indietro fino a trovare l'asterisco.

$q_s$ : la copia è finita, deve aggiungere la barra all'estrema destra

$q_{b'}$ : torna indietro fino al primo  $b$

$q_F$ : stato finale

per un totale di 7 stati.

## ... Svolgimento

La matrice di transizione sarà:

		*	$\underline{b}$
$q_0$	$(q_l, *, d)$	-	$(q_s, \underline{b}, d)$
$q_l$	$(q_l,  , d)$	-	$(q_b, \underline{b}, d)$
$q_b$	$(q_b,  , d)$	-	$(q_*,  , s)$
$q_*$	$(q_*,  , s)$	$(q_0,  , d)$	$(q_*, \underline{b}, s)$
$q_s$	$(q_s,  , d)$	-	$(q_{b'},  , s)$
$q_{b'}$	$(q_{b'},  , s)$	-	$(q_F, \underline{b}, d)$
$q_F$	-	-	-

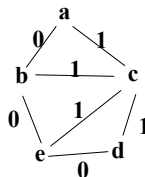


## Esercizio su MTN

Definire una macchina di Turing non deterministica. Definire il concetto di configurazione, di transizione e di accettazione/rifiuto di una stringa. Progettare una macchina di Turing non deterministica che accetti il linguaggio

$L = \{w \in (0+1)^+ \mid w \text{ rappresenta una sequenza lecita di attraversamento dei nodi del grafo } G\}$

dove  $G$  è il seguente grafo con etichette 0 e 1 lungo gli archi



## Esercizio su MTN

Un esempio di sequenza lecita di attraversamento è 0011 perché, se si parte dal nodo  $b$ , essa corrisponde al percorso  $b \rightarrow e \rightarrow d \rightarrow c \rightarrow b$ . La sequenza 010 non è lecita, e quindi non appartiene a  $L$ , perché da qualunque nodo si parte, non è possibile seguire una sequenza di 3 archi etichettati con 1.

(Suggerimento: oltre allo stato iniziale, associare a ogni nodo di  $G$  uno stato della MTN che si suppone di aver attraversato. Tutti gli stati, tranne quello iniziale, sono anche finali).

N.B.: Assicurarsi che il grado di non determinismo sia superiore a 1

## ...Svolgimento

$\delta$	<b>0</b>	<b>1</b>	<b><u>b</u></b>
<b>q<sub>0</sub></b>	{(q <sub>a</sub> ,0,d), (q <sub>b</sub> ,0,d), (q <sub>d</sub> ,0,d), (q <sub>e</sub> ,0,d)}	{(q <sub>a</sub> ,1,d), (q <sub>b</sub> ,1,d), (q <sub>c</sub> ,1,d), (q <sub>d</sub> ,1,d), (q <sub>e</sub> ,1,d)}	(q <sub>F</sub> , <u>b</u> ,i)
<b>q<sub>a</sub></b>	{(q <sub>b</sub> , 0,d)}	{(q <sub>c</sub> , 1,d)}	
<b>q<sub>b</sub></b>	{(q <sub>a</sub> ,0,d), (q <sub>e</sub> ,0,d)}	{(q <sub>c</sub> ,1,d)}	
<b>q<sub>c</sub></b>		{(q <sub>a</sub> ,1,d), (q <sub>b</sub> ,1,d), (q <sub>e</sub> ,1,d), (q <sub>d</sub> ,1,d)}	
<b>q<sub>d</sub></b>	{(q <sub>e</sub> , 0,d)}	{(q <sub>c</sub> , 1,d)}	
<b>q<sub>e</sub></b>	{(q <sub>b</sub> ,0,d), (q <sub>d</sub> ,0,d)}	{(q <sub>c</sub> , 1,d)}	
<b>q<sub>F</sub></b>			

q<sub>0</sub> è lo stato iniziale, tutti gli altri sono finali