

Abstract State Machine – Concetti di Base

Idee guida

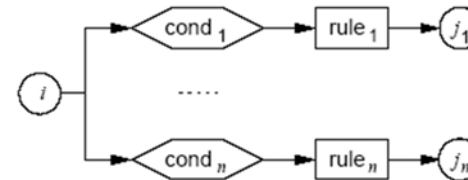
- ASM = FSM con stati generalizzati
 - Le ASM rappresentano la forma matematica di **Macchine Astratte** che estendono la nozione di **Finite State Machine**
- Ground Model (descrizioni formali)
- Raffinamenti

Finite State Machine (1)

- Un **automa a stati finiti** è definito da una 5-
pla: $FSM = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$, dove:
 - Q è l'insieme finito e non vuoto degli **stati dell'automa**, ciascuno caratterizzato da una particolare configurazione di valori delle variabili di stato
 - Σ è l'**alfabeto di input**
 - δ è la funzione **transizione di stato** $\delta : (Q \times \Sigma) \rightarrow Q$ (automi deterministici)
 - q_0 è lo **stato iniziale**
 - $F \subseteq Q$ è l'insieme di **stati finali**

Finite State Machine (2)

- Una FSM può essere definita da un programma della forma



```
if ctl_state = i then
  if cond1 then
    rule1
    ctl_state := j1
    ...
  if condn then
    rulen
    ctl_state := jn
```

Finite State Machine (3)

- dove
 - `ctl_state` rappresenta lo stato, i cui valori appartengono a un insieme finito
 - `i, j1, j2, ..., jn`, sono stati interni (i valori di `ctl_state`)
 - `condk` ($k=1, 2, \dots, n$) rappresentano le condizioni di input
 - `rulek` le azioni di output

Finite State Machine (4)

- Definizione in forma testuale (**alternativa**)
 $FSM(i, \text{if } cond \text{ then } rule, j) =$
if `ctl_state = i` **and** `cond` **then** {`rule`,
`ctl_state:=j`}

Da FSM a ASM (1)

- Le ASM sono analoghe alle FSM
- Le differenze riguardano
 - la concezione degli stati:
 - nelle FSM esiste un unico **stato di controllo** (`ctl_state`), che può assumere valori in un insieme finito di un certo tipo
 - le condizioni di input e le azioni di output
 - alfabeto finito
 - la potenza computazionale
 - le ASM soddisfano la Tesi di Church-Turing

Da FSM a ASM (2)

- Nelle ASM invece gli stati sono associati a un **insieme di valori di qualsiasi tipo**, memorizzate in apposite **locazioni**
 - Una locazione rappresenta il concetto astratto di unità di memoria, indipendente dal particolare meccanismo di indirizzamento
 - L'astrazione al livello opportuno è ottenuta mediante parametrizzazione delle locazioni

Da FSM a ASM (3)

- Più precisamente: gli stati delle ASM sono strutture matematiche in cui **i dati sono oggetti astratti**, e cioè elementi di insiemi a cui è possibile applicare operazioni e predicati
- Conseguenza
 - Le transizioni di stato delle FSM corrispondono alle transizioni di stato delle ASM, ma in più **con aggiornamenti dei valori** contenuti nelle locazioni
 - Assegnamenti della forma $\text{loc}(x_1, x_2, \dots, x_n) := \text{val}$

Da FSM a ASM (4)

- La differenza tra il concetto di stato di FSM e ASM porta a macchine i cui stati possono essere domini **di qualsiasi oggetto**
- Analogamente all'estensione degli stati FSM (non strutturati) in stati ASM (strutturati), le condizioni di input di FSM sono estese ad arbitrarie espressioni sugli stati nelle ASM
 - Queste espressioni sono sentinelle (guard), in quanto determinano l'istruzione che deve essere eseguita.

Definizione di ASM

- Insieme di istruzioni (**regole ASM**) della forma
 - if cond then Updates**
- dove:
- Updates è un insieme di aggiornamenti di funzioni $f(t_1, t_2, \dots, t_n) := t$

Nota

- Si parla di “**regole ASM**” per evidenziare la distinzione tra
 - il **modello di esecuzione parallela** per le ASM
 - e il **modello di esecuzione a singola istruzione** della programmazione tradizionale

Concetto di funzione

- Il termine funzione deve essere inteso in senso **matematico**, non informatico
 - Per esprimere dal punto di vista matematico il concetto di funzione, possiamo pensarla come una tabella contenente valori
 - Quando si parla di location si può pensare all'indicizzazione di una cella della tabella

Abstract State Machine – Definizioni Formali

Definizioni (1)

- **Signature**: insieme di nomi di funzioni dell'ASM
 - Detta anche **vocabolario** della ASM, è indicata con Σ
- **Superuniverso**: è la collezione di elementi di uno stato

Definizioni (2)

- **Stato** su una signature Σ è costituito dal superuniverso di quello stato e dall'interpretazione dei nomi di funzioni in Σ
- L'**interpretazione** di una funzione f (di arietà n) su un universo X è una funzione da X^n a X
 - L'interpretazione di una costante è un elemento di X
 - Le funzioni parziali sono totalizzate ponendo undef l'interpretazione per gli argomenti per cui la funzione non è definita

Definizioni (3)

- Le **Locations** sono coppie $(f, (v1, v2, \dots, vn))$ con f nome di una funzione e $v1, v2, \dots, vn$ lista di valori di X

Regole di Transizione (1)

- Una ASM è un sistema che comprende un numero finito di **regole di transizione** della forma

if Condition then Updates

- che determinano transizioni di stato nella macchina

Regole di Transizione (2)

- **Condition** (o sentinella) è una qualsiasi formula del primo ordine, senza variabili libere, la cui interpretazione può essere true o false
 - Funge da sentinella, in quanto solo il suo verificarsi determina l'applicazione della regola
- **Updates** è l'insieme finito di aggiornamenti di funzione, la cui esecuzione determina la definizione o il cambiamento (in **parallelo**) dei valori di una funzione
 - Un update corrisponde alla coppia $\langle \text{location}, \text{value} \rangle$

Regole di Transizione (3)

- In un dato stato:
 - vengono valutati tutti i parametri
 - si cambia il valore della funzione
- Un update $\langle \text{loc}, \text{val} \rangle$ rappresenta l'unità del cambiamento di stato, determinato dal cambiamento del valore della locazione loc , che assume il valore val

Stati

- La nozione di stato nelle ASM corrisponde alla nozione di **struttura dati astratta**
 - I dati sono elementi di insiemi (**domini**) a cui è possibile applicare
 - operazioni di base
 - predicati (attributi/relazioni)
- L'esecuzione di una ASM è un'**istanza della computazione** di sistemi a transizione

Consistenza di update

- Un insieme di update è consistente se tutti fanno riferimento a locazioni diverse
- Se una coppia di update fa riferimento alla stessa locazione, l'intero insieme è inconsistente

Computazione (1)

- Un passo computazionale di una ASM in un dato stato consiste nell'eseguire **simultaneamente** tutti gli update di tutte le regole di transizione la cui sentinella è vera per quello stato
- Condizione necessaria è che gli update siano tutti **consistenti**. In tal caso il risultato della computazione determina la transizione di stato

Computazione (2)

- Se esiste **inconsistenza** tra una coppia di update, allora la computazione non porta a un nuovo stato, ma si ha un errore
- La computazione di una ASM procede in modo iterativo, ripetendo successivamente ogni passo computazionale

Computazione (3)

- Nel caso particolare di esecuzioni che terminano, è possibile definire qualche criterio di terminazione
 - Non è più applicabile alcuna regola
 - Viene eseguito un update vuoto
 - Lo stato non cambia più (stato pozzo)
 - ...

Vantaggi della esecuzione simultanea (1)

- L'esecuzione simultanea fornisce un utile strumento per la progettazione di alto livello per descrivere localmente un cambiamento di stato globale
 - Cioè, quello ottenuto in un unico step, applicando un insieme di update
 - Unica limitazione: la consistenza

Vantaggi della esecuzione simultanea (2)

- Favorisce l'astrazione dalla sequenzialità
 - Facilita la progettazione di sistemi distribuiti/paralleli

Esecuzione simultanea di una regola (1)

- Notazione per esprimere la esecuzione simultanea di una regola R per ogni x che soddisfa la condizione C:

forall x with C

R

- Analogamente è possibile esprimere il non determinismo nel modo seguente

choose x with C

R

Esecuzione simultanea di una regola (2)

- In entrambi i casi
 - C è un'espressione a valori booleani
 - R è una regola

Classificazioni (1)

- Due tipologie di funzioni
 - **Basic**: sono le funzioni elementari, che costituiscono la signature di una ASM
 - **Derived**: sono funzioni il cui valore in ogni stato è calcolato a partire dalle funzioni di base

Classificazioni (2)

- Le funzioni basic possono essere
 - **Static**: non cambiano mai valore durante l'esecuzione,
 - il loro valore non dipende dallo stato corrente
 - funzioni static di arietà 0 sono le costanti
 - **Dynamic**: sono funzioni il cui valore dipende dallo stato corrente della ASM
 - il loro valore dipende dagli update della ASM o dell'ambiente esterno
 - funzioni dynamic di arietà 0 corrispondono alle variabili dei tradizionali linguaggi di programmazione

Classificazioni (3)

- Le funzioni dynamic possono essere
 - **Monitored** (o **in**): possono essere lette ma non modificate dalla ASM
 - Sono modificate solo dall'ambiente esterno o da altre ASM, nel caso di sistemi multiagente
 - In ogni stato **deve** essere specificato il valore di **tutte** le funzioni monitored
 - **Controlled**: sono modificate solo dalla ASM, mediante l'esecuzione delle regole di transizione
 - non dall'ambiente né da altre ASM

Classificazioni (4)

- **Shared** (o **interaction**): possono essere modificate da più ASM e dall'ambiente
- **Out**: possono essere modificate ma non lette dalla ASM
 - in genere sono monitored per l'ambiente e per le altre ASM

Classificazioni (5)

- Classificazioni analoghe valgono per le location e per le relazioni

Abstract State Machine – Composizione

Composizione di ASM

- Modellizzare un sistema mediante ASM presenta il vantaggio di favorire la composizione di diverse ASM, ottenendo ASM più complesse
- Idea di base:
 - Definire costrutti per la composizione di ASM analoghi a quelli di composizione di istruzioni nei linguaggi di programmazione

Costrutti per la Composizione di ASM

- Per comporre ASM sono necessari i costrutti di
 - sequenza
 - iterazione

Costrutto di Sequenza

- La composizione per sequenzialità deve essere esplicitamente costruita
 - Costruire meccanismi che permettono di eseguire quanto specificato da una ASM dopo aver eseguito quanto specificato da un'altra
 - trattare l'esecuzione sequenziale $P \text{ seq } Q$ delle due regole P e Q come un'azione atomica

Costrutto di Sequenza - Esempio (1)

- Si vuole costruire per composizione di ASM una ASM che svolga la funzione di `pop_back` su una lista
 - Cancellazione dell'ultimo elemento di una lista
- Siano disponibili le regole
 - `move_last`: setta il puntatore sull'ultimo elemento della lista
 - `delete`: cancella l'elemento della lista correntemente puntato

Costrutto di Sequenza - Esempio (2)

```
pop_back =  
if mode = Move then  
    move_last  
    mode:= Delete  
if mode = Delete then  
    delete  
    mode:= Move
```

ERRATO

Costrutto di Sequenza - Esempio (3)

- L'utente della pop_back deve sapere che l'attività computazionale viene svolta in due step
- L'ordinamento sequenziale è definito dalla mode
 - Che si suppone inizializzata a Move
 - Spesso è difficile da gestire
- In generale, problemi potrebbero sorgere quando si raffina una ASM con regole sequenzializzate

Costrutto di Sequenza - Esempio (4)



L'esecuzione simultanea
delle regole R e S porta
dallo stato 1 a 2

R è raffinata da $R_1 - R_2 - R_3$

S è raffinata da $S_1 - S_2$

- Non è possibile eseguire una regola R_i in modalità interleaved con una regola S_i
- Non si può usare mode

Costrutto di Sequenza

- È necessario introdurre il costruttore di sequenza che permette di inserire una regola $P \text{ seq } Q$ in una seconda ASM
- Se la regola $P \text{ seq } Q$ deve essere eseguita in parallelo con altre regole, allora $P \text{ seq } Q$ deve essere considerata come azione atomica

Costrutto di Sequenza

- La composizione sequenziale $P \text{ seq } Q$ di due regole P e Q è una regola, la cui semantica è quella di
 - eseguire la regola P
 - raggiungere così uno stato intermedio
 - eseguire la regola Q a partire dallo stato intermedio

Merging di update (1)

- L'esecuzione di $P \text{ seq } Q$ richiede che avvenga il **merge** dei due insiemi di update per poter evitare problemi di inconsistenza
- Sia U l'update determinato da P e V quello determinato da Q in $P \text{ seq } Q$
 - Se riguardano la stessa location allora V sovrascrive U

Merging di update (2)

- È possibile fare il merge dei due update solo se U è consistente
- $$U \oplus V =$$
- $$\{(loc, val) \mid (loc, val) \in U \wedge loc \notin \text{Locs}(V)\} \cup V$$
- se U è consistente
- U altrimenti
- Se la regola P non è consistente allora
 - $P \text{ seq } Q = P$

Proprietà del costrutto di sequenza

- Il costruttore di sequenza per ASM seq
 - Ha un elemento neutro sinistro e uno destro
 - $\text{skip seq } R = R \text{ seq skip} = R$
 - È associativo
 - $P \text{ seq } (Q \text{ seq } R) = (P \text{ seq } Q) \text{ seq } R$

Costrutto di iterazione (1)

- Avendo definito l'operatore di sequenza seq tra ASM, esso può essere applicato ripetutamente per ottenere l'iterazione di una regola
- In questo modo è possibile ripetere un'azione atomica un numero di volte
 - finito
 - non conosciuto a priori

Costrutto di iterazione (2)

- Definiamo R^n :
 - skip se $n=0$
 - R^{n-1} seq R se $n>0$
- L'iterazione si conclude quando l'insieme di update
 - diventa vuoto (terminazione con successo)
 - diventa inconsistente

While

- Un ciclo While ripete l'esecuzione del suo corpo fintanto che una data condizione è vera,
- cioè
while (cond) R = iterate (if cond then R)

ASM di Boehm-Jacopini

- Ogni ASM che può essere definita con i costrutti di sequenza e iterazione è detta ASM di Boehm-Jacopini
- Ogni funzione computabile può essere calcolata da una ASM di Boehm-Jacopini
- Le ASM di Boehm-Jacopini hanno la stessa capacità computazionale delle Macchine di Turing

ASM Parametrizzate

- Si può strutturare una ASM complessa utilizzando macro
- Meccanismi di parametrizzazione permettono il passaggio di argomenti tra la ASM chiamante e la ASM chiamata
- Analogamente, è possibile definire meccanismi che permettono alla ASM chiamata di restituire un valore alla ASM chiamante