

**Soluzione prova scritta di
LINGUAGGI di PROGRAMMAZIONE (Corso C)
C.d.L. in Informatica (3 anni)
Docente: P. Lops
13 Luglio 2005**

1) Dimostrare formalmente che il seguente linguaggio:

$$L = \{ a^m b^n : m=n^2, n, m > 0 \}$$

non è libero da contesto.

(PUNTI 15)

SOLUZIONE

Per assurdo, supponiamo L libero da contesto. Vale, dunque, per L il Pumping Lemma sui linguaggi liberi. Dunque, si ha:

$\exists p \in \mathbb{N}$, p dipendente solo da L , tale che se $z \in L$, $|z| > p$, allora:

$$z = uvwxy$$

(1) $|vwx| \leq p$;

(2) $vx \neq \lambda$;

(3) $uv^i wx^i y \in L, \forall i \geq 0$.

Consideriamo la parola:

$$z = a^{p^2} b^p$$

$z \in L$ ed inoltre $|z| = p^2 + p > p$.

Per il Pumping Lemma, possiamo scrivere:

$$z = uvwxy$$

ove $|vwx| \leq p$. Consideriamo la stringa:

$$uv^2 wx^2 y$$

Per la (3) del Pumping Lemma, si deve avere:

$$uv^2 wx^2 y \in L$$

Ma:

$$|z| = p^2 + p < |uv^2 wx^2 y| = |uvwxy| + |vx| \leq |uvwxy| + |vwx| \leq p^2 + p + p < p^2 + 2p + 1 = (p+1)^2 < (p+1)^2 + (p+1)$$

Dunque la stringa pompata $uv^2 wx^2 y$ non è del tipo $a^{n^2} b^n$, ossia:

$$uv^2 wx^2 y \notin L$$

Assurdo. Ne segue che L non è un linguaggio libero da contesto.

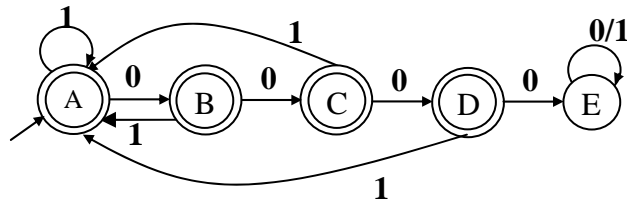
2) Progettare, commentando opportunamente, l'automa a stati finiti riconoscitore per il seguente linguaggio:

$$L_1 = \{w \in \{0,1\}^* / w \text{ non ha quattro zeri consecutivi} \}$$

(PUNTI 8)

SOLUZIONE

L'automa che riconosce L_1 è il seguente:



L'alfabeto di ingresso è formato solo dai simboli 0,1.

Gli stati B, C, D hanno memoria dell'inserimento di uno, due e tre zeri. All'inserimento del quarto zero transito nello stato pozza.

Descrivere il linguaggio $L = L_1 \cup L_2$ ove

$$L_2 = \{w \in \{0,1\}^* / w \text{ non ha tre zeri consecutivi} \}$$

(PUNTI 7)

Si osserva che $L_2 \subset L_1$, pertanto è immediato osservare che $L_1 \cup L_2$ è il linguaggio L_1 .