

Fondamenti di Informatica

Prof. V.L. Plantamura
Informatica e Comunicazione Digitale
a.a. 2006-2007

Definizione di Algoritmo

- *Def.:* Per Algoritmo si intende un elenco di istruzioni che specificano una serie di operazioni con le quali è possibile risolvere ogni problema di un dato tipo.

Algoritmo Euclideo

- Dati due numeri positivi a e b , trovare il loro massimo comune divisore.
- Il Massimo Comune Divisore di due (o più) numeri è il numero naturale più grande per il quale possono entrambi essere divisi.

Istruzioni

1. Considerare la coppia di numeri a, b.
2. Confrontare i due numeri considerati (determinare se il primo è uguale, maggiore o minore del secondo).
3. Se i due numeri sono uguali, ognuno di essi fornisce il risultato richiesto; il calcolo si arresta. Altrimenti continua.
4. Se il primo numero è minore del secondo, scambiare i due numeri.
5. Sottrarre il secondo numero dal primo e rimpiazzare i due numeri considerati rispettivamente col sottraendo e con la differenza. Ritornare alla istruzione 2.

Algoritmo numerico

•Un algoritmo per risolvere un sistema di equazioni lineari in due incognite:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Soluzioni

$$x = \frac{c_1b_2 - c_2b_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

$$y = \frac{a_1c_2 - a_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

Soluzioni possibili

- Per qualsiasi scelta dei coefficienti:

$$a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2$$

- Ammesso che:

$$a_1 b_2 - a_2 b_1 \neq 0$$

Algoritmo come funzione

- Un algoritmo definisce implicitamente una funzione dall'insieme dei dati di ingresso all'insieme dei dati di uscita. Al tempo stesso indica un procedimento effettivo che permette di determinare, per ogni possibile configurazione in ingresso, i corrispondenti valori in uscita.
- Def.: Dato un algoritmo A, indichiamo con f_A la funzione che associa ad ogni valore in ingresso il corrispondente valore in uscita $f_A(x)$.

Problema

- Un Problema è una funzione $P: D_I \rightarrow D_S$ definita su un insieme D_I di elementi che chiamiamo istanze, ed a valori su un insieme D_S di soluzioni.
- Diciamo che un algoritmo A risolve un problema P se $P(x) = f_A(x)$, per ogni istanza x .

Programma

- «Un programma è l'esposizione di un algoritmo in un linguaggio accuratamente definito. Quindi, il programma di un calcolatore rappresenta un algoritmo, per quanto l'algoritmo stesso sia un costrutto intelligente che esiste indipendentemente da qualsiasi rappresentazione. Allo stesso modo, il concetto di numero 2 esiste nella nostra mente anche quando non sia espresso graficamente.»

(D.E. Knuth - Fundamental Algorithms vol I,
The Art of Computer Programming, 1968)

Costo di calcolo

- Def.: Il costo relativo all'esecuzione di un programma viene definito come la quantità di *risorse di calcolo* che il programma utilizza durante l'esecuzione.

Risorse di calcolo

- Le risorse di calcolo a disposizione del programma sono:
 1. Il **Tempo** utilizzato per eseguire l'algoritmo;
 2. Lo **Spazio** di lavoro utilizzato per memorizzare i risultati intermedi; (memoria)
 3. Il **Numero degli esecutori**, se più esecutori collaborano per risolvere lo stesso problema (processori).

Efficienza dell'algoritmo

- Def.: Un algoritmo è efficiente se fa un uso contenuto delle risorse di calcolo a sua disposizione.

Modelli di calcolo

- Def.: Un modello di calcolo è semplicemente una astrazione di un esecutore reale, in cui si omettono dettagli irrilevanti allo studio di un algoritmo per risolvere un problema.

Scelta del modello di calcolo

1. Capacità espressiva del modello in relazione al problema assegnato;
2. Livello di astrazione;
3. Generalità.

Irrisolubilità

- Def.: Un problema è non risolubile algoritmicamente se nessun procedimento di calcolo è in grado di fornire la soluzione in tempo finito.

Problemi risolubili

- Si considerano “risolti” una classe di problemi quando si è trovato un algoritmo per risolverli.
- In alcuni casi se non è possibile risolvere problemi di un dato tipo è possibile individuare dei casi particolari nei quali ciò invece è possibile.

Intrattabilità

- Def.: Un problema è intrattabile se qualunque algoritmo che lo risolva richieda una quantità molto elevata di risorse.
- Per esempio, alcuni giochi sono considerati intrattabili

Algoritmi Deterministici

- Un algoritmo deve essere dato sotto forma di una lista finita di istruzioni che specificano il procedimento esatto da eseguire in ogni passo del calcolo. In altri termini, il calcolo non dipende da chi lo esegue; esso è un processo deterministico che può essere ripetuto con successo da chiunque in qualunque momento.

Generalità degli Algoritmi

- Un algoritmo è un'unica lista di istruzioni le quali definiscono il calcolo che può essere eseguito su un insieme qualunque di dati iniziali, e che in ogni caso fornisce il risultato corretto. In altre parole, un algoritmo indica come risolvere non un solo problema particolare, ma un'intera classe di problemi simili.

Definizione di Knuth

- L'Algoritmo è un insieme di regole (o istruzioni) avente le seguenti caratteristiche:
 - Finito
 - Non Ambiguo
 - Dati di ingresso precisi
 - Fornisce un risultato
 - Eseguitabile

Regole

- **Finito:** Deve terminare in un tempo finito, cioè deve avere un numero finito di istruzioni
- **Non ambiguo:** ogni istruzione deve essere interpretabile in un solo modo
- **Dati di ingresso precisi:** il tipo di dati e il dominio è definito a priori

Regole

- **Fornisce un risultato:** deve fornire uno o più dati in uscita
- **Eseguibile:** deve esserci un esecutore in grado di eseguirlo
