

1.e)

POTENZA (3 macroistruzioni)

$$C_1 = 1$$

 C_2 : il for ciclo b volte e ha peso $1 \Rightarrow b+1+b = 2b+1$

$$C_3 = 1 \quad C_{TOT} = 2b+3$$

STAMPA_NUMERI (3 macroistruzioni) C_1 : il for ciclo 2^m volte e il suo peso dipende dal costo di due istruzioni (1.1 ($x=j$) e 1.2 (for interno))

$$C_{1.1} = 1$$

 $C_{1.2}$: questo for ciclo m volte

Il suo peso dipende dal costo delle due uniche istruzioni (1.2.1) if then else. Bisogna scegliere il ramo che ha il costo minimo. Ovviamente è l'else - l'else ha esecuzioni un'unica istruzione (1.2.1.1) che è ancora un if then else il cui ramo minimo è l'if, il cui costo è:

$$\text{COSTO DEL TEST: } 1 + C_{POTENZA} = 1 + (2i+3) = 2i+4$$

$$\text{COSTO DEL RAMO: } 1 + (1 + C_{POTENZA}) = 2 + (2i+3) = 2i+5$$

$$C_{1.2.1.1} = 4i+9$$

$$C_{1.2.1} = 1 + (4i+9) = 4i+10 \quad (\text{peso della 1.2})$$

$$C_{1.2} = m+1 + \sum_{i=0}^{m-1} (4i+10) = m+1 + 10m + \frac{2}{2} \left(\frac{(m-1)m}{2} \right) =$$

$$= 11m+1 + 2m^2 - 2m = 2m^2 + 9m+1$$

$$C_{1.1} + C_{1.2} = 2m^2 + 9m + 2 \quad (\text{peso della 1})$$

OSSERVAZ.: il Test della 1 per poter essere fatto necessita (ogni volta), e per individuare il valore di restituito, l'esecuzione delle funzioni potenza. Per questo per ogni volta che il ciclo viene eseguito più una, spendo $1 + C_{POTENZA}$ pesi per eseguire il test, cioè

$$(2^m + 1)(2m+4) \quad (\text{costo del Test})$$

$$C_1 = (2^m + 1)(2m+4) + \sum_{j=0}^{2^m-1} (2m^2 + 9m + 2) = 2^{m+1}m + 2^m + 2m+4 +$$

$$+ 2^m(2m^2 + 9m + 2) = 2^{m+1}m + 2^m + 2m+4 + 2^{m+1}m^2 + 9 \cdot 2^m m + 2^{m+1} =$$

$$= 2^{m+1}(m^2 + m + 1) + 2^m(9m + 4) + 2m + 4$$

$$C_{TOT} = C_1 + C_2 + C_3 = 2^{m+1}(m^2 + m + 1) + 2^m(9m + 4) + 2m + 6$$

main (4 memoizzazioni)

$$C_{TOT} = 1 + 1 + C_{STAMPA_NUM} + 1 = 2^{m+1}(m^2 + m + 1) + 2^m(9m + 4) + 9 = T(m)$$

1.b) POTENZA

$$\sigma(1) + \sigma(b) \sigma(1) + \sigma(1) = \sigma(1) + \sigma(b \cdot 1) + \sigma(1) = \sigma(\max(1, b, 1)) = \sigma(b)$$

STAMPA NUMERI

$$\begin{aligned} & \sigma(2^m) \cdot [\sigma(1) + \sigma(m) \cdot [\sigma(1) + [\sigma(m) + \sigma(m)]]] + \sigma(1) + \sigma(1) = \\ & = \sigma(2^m) \cdot [\sigma(1) + \sigma(m) \cdot \sigma(m)] + \sigma(1) + \sigma(1) = \sigma(2^m) \cdot [\sigma(1) + \sigma(m^2)] + \sigma(1) = \\ & = \sigma(2^m) \cdot \sigma(m^2) + \sigma(1) = \sigma(2^m) \sigma(m^2) + \sigma(1) = \sigma(m^2 2^m) + \sigma(1) = \sigma(m^2 \cdot 2^m) \end{aligned}$$

MAIN

$$\sigma(1) + \sigma(1) + \sigma(m^2 2^m) + \sigma(1) = \sigma(m^2 2^m)$$